

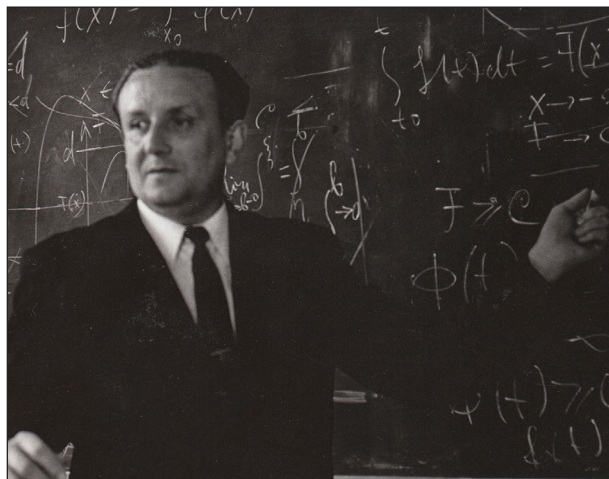
ALGEBRELE SIBIRSCHI ÎN STUDIUL SISTEMELOR DINAMICE

Domeniul de cercetare al academicianului Constantin Sibirschi (8.01.1928–14.02.1990) l-au constituit sistemele dinamice de ecuații diferențiale, adică sistemele care descriu diverse procese sau fenomene în univers, natură, economie, societate etc. Pentru unele din ele pot fi găsite soluții analitice, însă cele mai importante sunt foarte complexe și nu pot fi rezolvate prin integrare.

Până și pentru cele mai simple sisteme diferențiale ordinare polinomiale deocamdată nu se cunosc soluțiile unor probleme, formulate peste o sută de ani în urmă. De aceea, interesul față de aceste ecuații este foarte actual, iar cercetările lor înregistrează un trend ascendent într-o mulțime de prestigioase centre științifice ale lumii.

Matematicianul francez Poincaré a fondat teoria calitativă a sistemelor date, prin care, în loc de studiul cantitativ al soluțiilor, a propus să fie efectuat studiul geometric, calitativ, al *relațiilor* între soluții. Teoria clasică a invarianților, anume teoria invarianților polinomiali, sub acțiunea grupului linear $GL(n, R)$, asupra formelor în n variabile de grad m , a fost un domeniu foarte activ de cercetare în a doua jumătate a secolului al XIX-lea.

Ideea originală a acad. Sibirschi a fost cea de a construi o teorie similară, în care formele în n variabile se înlocuiesc cu sisteme diferențiale de gradul n . Abordând acest domeniu, academicianul Constantin Sibirschi a elaborat *Metoda invarianților algebrici în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale*. Savantul a descoperit invarianții algebrici ai sistemelor dinamice pentru diverse grupuri clasice de transformări. Ulterior, s-a



ACADEMICIANUL CONSTANTIN SIBIRSCHI

(n. 8 ianuarie 1928, or. Chișinău – 14.02.1990)

Matematician, domeniul științific: teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.

Doctor habilitat în științe fizico-matematice (1970), profesor universitar (1971). Membru corespondent (1972) și membru titular (1981) al Academiei de Științe a Moldovei.

demonstrat că mulțimile acestor invarianți pentru fiecare sistem în parte formează o algebră care, actualmente, poartă numele de **algebră Sibirschi**.

În ce constă totuși metoda respectivă? Vom încerca să ilustrăm acest lucru printr-o analogie. Să ne imaginăm că sistemul diferențial examinat este identic unei planete în spațiu. Într-o atare situație algebra Sibirschi ar putea fi considerată drept un satelit al acestui sistem. Astfel, influența invarianților algebrilor Sibirschi asupra geometriei sistemelor diferențiale este analogică influenței reciproce a obiectelor din natură, numiți sateliți și planete. Și, după cum, prin influența Lunii putem explica fenomenele fluxului și refluxului din apele mărilor și oceanelor de pe Pământ, la fel, prin algebrele Sibirschi putem determina comportamentul unor sisteme dinamice complexe, pe care nu le putem soluționa explicit. Astăzi, este recunoscut faptul că datorită acestei metode au putut fi rezolvate în mod definitiv probleme destul de complicate din teoria ecuațiilor diferențiale. Metoda invarianților algebrici a fost preluată și dezvoltată în diverse centre științifice ale lumii (Canada, SUA, Brazilia, Spania, Franța, Slovenia ș.a.), influența școlii Sibirschi fiind în continuă ascensiune.

$$\begin{aligned}
 & \text{3) } \boxed{I_3 \neq 0} \\
 & \text{2. } -25x^4 + 2\beta x^3 + \alpha x^2 - \gamma^2 = 0, \quad \boxed{\gamma \neq 0}, \quad \boxed{1 \text{ variabil}} \\
 & \quad -45x^2 + 3\beta x + \alpha < 0, \quad \boxed{\beta \neq 0}, \quad \boxed{\alpha \neq 0} \\
 & \text{3) } x \mapsto 16\beta x^3 - 105\beta^2 x^2 - 6\beta(\beta^2 + 25\alpha)x + 25\alpha^2 + 4\beta^3 - 16\gamma^2 = 0 \\
 & \text{In } (x) \quad \boxed{\alpha(3\beta^2 + 35\alpha - 25\beta x + 32x^2) \neq 0} \text{ - dem. om. (6), (7) } \\
 & \text{a) } \beta = 0: \quad -25x^4 + \alpha x^2 - \gamma^2 = 0, \quad \gamma \neq 0 \\
 & \quad -45x^2 + \alpha < 0, \\
 & \quad \beta x^2 - \gamma^2 = 0, \\
 & \quad \text{În } s=1 \text{ } \rightarrow \text{ coneg. } \alpha = R=0 \text{ u } \text{ variabil} \\
 & \text{b) } \boxed{\beta \neq 0} \\
 & \text{5) } \boxed{5x^4} \quad \begin{cases} 16\beta x^3 - 105\beta^2 x^2 - 6(\beta^2 + 25\alpha)x + \frac{25\alpha^2 + 4\beta^3 - 4\gamma^2}{\beta} = 0 \\ 165x^4 - 10\beta x^3 - 60\beta^2 x^2 + 25\alpha^2 + 4\beta^3 - 16\gamma^2 = 0 \\ -165x^4 + 16\beta x^3 + 8\alpha x^2 - 2\gamma^2 = 0 \end{cases} \\
 & \text{6) } \boxed{8 \cdot \text{II} = \text{C}} \quad \begin{cases} 6\beta x^3 - 2(35\beta^2 + 2\alpha)x^2 + \frac{2\alpha^2 + 5\beta^3 - 16\gamma^2}{\beta} = 0 \\ (105\beta^2 + 32\alpha)x^2 + \frac{2}{\beta}(64\beta^2\gamma^2 - 8\alpha^2 - 225\gamma^2)x + \\ + 65\alpha^2 + 34\beta^3 + 16\gamma^2 = 0 \end{cases} \\
 & \text{7) } \boxed{25(3\beta^2 + 165\alpha)} \quad \text{C} > 0 \quad \text{...}
 \end{aligned}$$